

Técnicas Experimentales I

Laboratorio Básico

Práctica 3:

Medida de Pequeñas

Resistencias

Pedro Martínez Caamaño

1• Objetivos

En este experimento, buscaremos determinar una de las cualidades naturales de los materiales, la resistividad (ρ), asociada a las dimensiones de un objeto, así como a su capacidad de paso de la corriente eléctrica.

Mediremos estas cualidades en dos metales distintos, el Aluminio (Al) y el Cobre (Cu), por lo que, aplicando la Ley de Ohm

$$\Delta V = I \cdot R$$

Y la definición de resistividad

$$\rho = \frac{R \cdot S}{L}$$

Siendo:

- ρ : resistividad ($\Omega \cdot m$)
- R: resistencia total (Ω)
- S: superficie de corte transversal (m^2)
- L: distancia entre dos puntos a evaluar (m)
- I: intensidad (A)
- ΔV : diferencia de potencial entre dos puntos (V)

Serán pues, esos los objetivos directos, objetivos indirectos abarcarán desde familiarizarse con nuevo equipo de laboratorio hasta el análisis de datos, así como el agregar nuevos conceptos científicos a nuestra biblioteca mental.

2• Material

Al tener que medir la capacidad de paso de corriente, dispondremos de algunos obvios materiales:

- Fuente de alimentación (en modo Corriente Constante C.C.).
- Amplificador de medidas (en modo amplificación 10^3).
- Dos polímetros (uno en serie con la fuente de alimentación para medir la intensidad y otro en paralelo a través del amplificador de señal para medir la diferencia de potencial).
- Dos barras cilíndricas de metal, una de Cobre y otra de Aluminio.

Colocaremos los elementos como se indica en la imagen:



Equipo de medición de pequeñas resistencias.

En nuestro caso y por comodidad, el polímetro en serie lo configuraremos en modo 10A y el polímetro en paralelo en 200mV, recordaremos que el amplificador estará en *1000, por lo que 1mV medido por el polímetro significará 1 μ V “real”.

3- Procedimiento

Dividiremos la práctica en dos secciones: Parte 1 y Parte 2, ya que, pese a en ambas medir la resistividad de las barras, lo haremos de formas distintas; así, simplificamos más conceptos y procedimientos dividiéndolas en diferentes partes.

Parte 1

Simplificadamente, por cada barra y con el equipo bien dispuesto, tomaremos cierta cantidad de medidas con sus respectivas incertidumbres y, mediante representación gráfica y aplicación de la Ley de Ohm y posterior regresión lineal, calcularemos el valor de Resistencia al que añadiremos las dimensiones físicas de la barra para hallar la resistividad.

Lo primero, para cada barra los mismos supuestos, será saber cuántos valores tomar y a que intervalos. Lo sabido de momento es que la distancia entre los bornes del sistema amplificador-polímetro será constante y nosotros variaremos la corriente a incrementos constantes para así medir el voltaje que a través pasa y deducir la resistencia.

Se nos informó (ya que nuestra perspectiva de estas magnitudes no está, de momento, bien integrada en nuestros cerebros) que la intensidad máxima a la que deberíamos llegar debía de estar en torno a 3-3,5 Amperios, pero no más. Por ello, como punto intermedio tomamos 3,2 A como valor máximo y, comenzando en 0 A, dividimos esta escalada de valores en 17 medidas de un incremento de 0,2 A por cada.

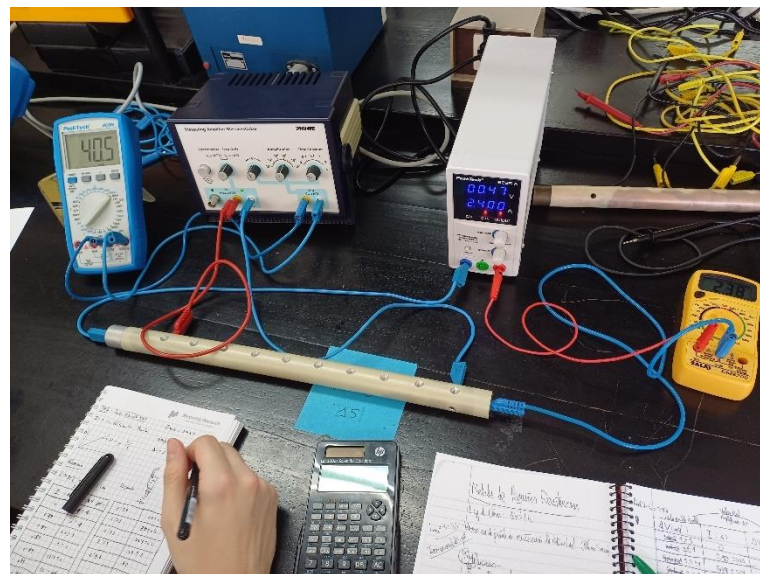
Es en este momento también en el que medimos la distancia entre los bornes del sistema amplificador-polímetro y el diámetro de la barra (para este es importante no medir junto al material aislante que recubre la barra), ambos valores dieron igual para las dos barras y, al ser medido con regla, la incertidumbre la situamos en 1mm, es decir, en 1E-3

m. Los valores obtenidos y sus operaciones serán mostradas en los puntos posteriores en los que se mostrarán y tratarán los datos.

Con los datos obtenidos cabe destacar dos cosas, la primera es que mediremos y tomaremos por cierto el valor del polímetro en serie y no el mostrado en la fuente de alimentación, ya que el polímetro es más exacto y por tanto más confiable. Lo segundo, y más crucial, es dividir todo valor de potencial por 1000 para obtener el valor real (cancelando el efecto del amplificador), si no, los resultados serán catastróficos.

También es importante mencionar que antes de empezar a tomar medidas debemos “tarar” el amplificador, esto es, para nula corriente por la barra, encontrar un punto de la ruleta del amplificador en el que el polímetro marque 0 V para 0 A. Esto, pese a que parece obvio, es muy difícil ya que este selector es muy sensible, aún así, como estamos interesados en la pendiente de la gráfica, no afectará demasiado un pequeño error distinto a cero que es por cierto lo más probable. Cabe destacar además que bajo ningún concepto debemos tocar el amplificador, ni siquiera por encima o en la mesa cerca de tal pues es tan hipersensible que nos cambiará totalmente la escala. A nosotros nos pasó en un momento y volvimos a empezar de cero esa toma de datos pues fueron echados a perder (la continuidad de todos, los pasados valores con los futuros, se vería afectada).

Sin mayor dificultad, luego formaríamos la representación gráfica y su línea de tendencia con la que obtendremos la resistencia y, con los datos anteriores, la susodicha resistividad.



Disposición del equipo para la Parte 1.

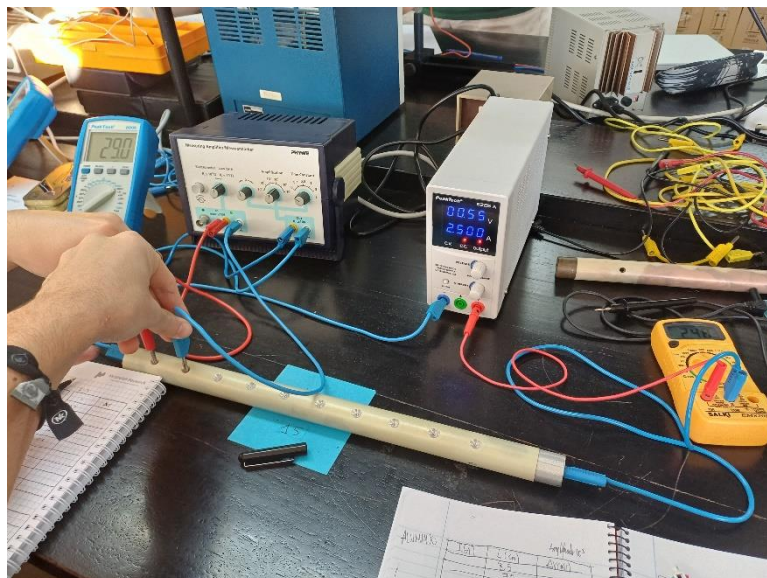
Parte 2

Ahora el experimento se vuelve más largo, tedioso y cansado. Mediremos lo mismo, la resistencia y resistividad, pero, en vez de variar la corriente, variaremos la distancia entre los bornes del amplificador-polímetro a corriente constante para hallar diversos diferenciales de potencial. Al ser ambas barras de idénticas dimensiones, medimos y aplicamos para las dos barras metálicas la distancia entre los “agujeros” donde se insertan los extremos de los cables del amplificador con la incertidumbre de la regla. Como tiene un número de agujeros limitado (10 agujeros) las medidas serán limitadas también,

en nuestro caso de 9 posibles. Por ello, como 9 valores son pocos, multiplicamos su cantidad por 3 (27) al tomarlos a tres niveles de intensidad constantes distintos, que serán en ambos casos desde 2,5 hasta 3,5 Amperios, con diferencias de 0,5 A por cada.

Aquí hay que dejar claras ciertas cosas. La primera es que, de forma distinta a la Parte 1” los extremos no se introducen del todo en unos agujeros bien marcados y fijos, sino en “muescas” abiertas, por lo que tendremos que sujetar estos cables con nuestras manos y “encajar” el extremo metálico de forma correcta en estos cráteres de la barra. Así, los valores son extremadamente inexactos ya que, como pudimos observar nosotros, si colocas en un agujero, quitas el cable y lo vuelves a poner en misma posición, cambia bruscamente el valor. Además, los valores medidos de potencial están continuamente “saltando” y hemos de aproximar siempre un punto semiconstante o una media de entre oscilaciones para hallar su valor. También la incertidumbre se hace a ojo (aunque con intervalos de seguridad abiertos) pues suele ser fácil de ver (aunque amplios) los puntos entre los que varía. Hemos teorizado mi compañero y yo que esta “aleatoriedad” de valores puede darse al haber suciedad o restos ajenos al metal formando una capa imperceptible sobre estos agujeros y dificultando la medición, así como podría ser grasa humana de la piel o restos oxidados del metal si este es aleación (u otras formas propias de reactividad en caso de metal puro que es lo que debemos suponer).

Estas medidas no se deben tomar de forma tan seria y exacta como en las de la Parte 1, pero aún así, las representamos y calculamos su valor de regresión lineal para encontrar el valor propio de resistividad. Aquí se usa, en el análisis de datos, un enfoque diferente ya que se representa y mide la diferencia de potencia frente a la distancia entre bornes. Aunque para facilitar los datos y hacerlos más rápidos de operar, se multiplicarán el voltaje por el área de corte transversal y el voltaje por la intensidad, para, así, tener de pendiente el valor directo de la resistividad y no tener que seguir operando. Aviso que los valores que se obtendrán son entre malos, muy malos y horribles, pero se mostrarán más adelante.



Disposición del equipo para la Parte 2.

4• Datos y Análisis de Datos

Mostraremos los datos utilizados para cada una de las partes y como los operamos para obtener resultados claros.

Parte 1

•Aluminio

Comenzamos con las medidas dimensionales, tenemos la longitud, que será constante y de siguiente valor:

L (m)	s(L) (m)
3,16E-01	1,00E-03

Ahora, para calcular el área transversal tenemos antes que

Diámetro (m)	s(diámetro) (m)
2,50E-02	1,00E-03

Y como la relación con radio es de un medio a uno, aplicada a la fórmula de superficie tendríamos que:

$$S(\text{superficie}) = \pi \cdot \left(\frac{\text{Diámetro}}{2}\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

Llamaremos d al diámetro. Tendremos que saber ahora como calcular su incertidumbre:

$$s(S) = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial d}\right)^2 \cdot s^2(d)} = \sqrt{\left(\frac{\partial(\pi \cdot (\frac{d}{2})^2)}{\partial d}\right)^2 \cdot s^2(d)} = \sqrt{\left(\frac{\pi \cdot d}{2}\right)^2 \cdot s^2(d)} = \frac{\pi \cdot d \cdot s(d)}{2}$$

Así, tenemos finalmente lo siguiente:

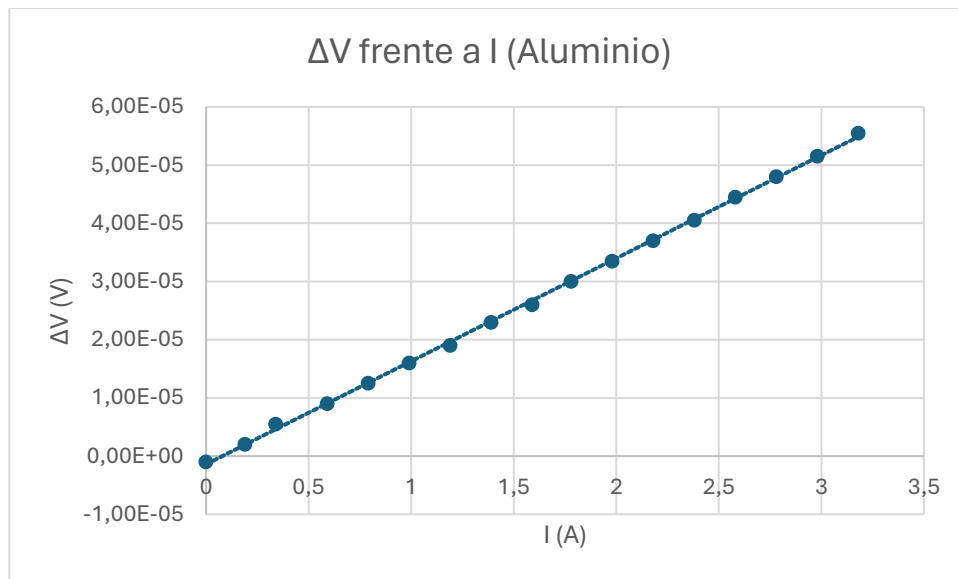
S (m ²)	s(S) (m ²)
4,91E-04	3,93E-05

Las medidas tomadas del experimento con sus respectivas incertidumbres serían:

ΔV (V)	s(ΔV) (V)	I (A)	s(I) (A)
-1,00E-06	1,00E-06	0	0,01
2,00E-06	1,00E-06	0,19	0,01
5,50E-06	1,00E-06	0,34	0,01
9,00E-06	1,00E-06	0,59	0,01
1,25E-05	1,00E-06	0,79	0,01
1,60E-05	1,00E-06	0,99	0,01
1,90E-05	5,00E-07	1,19	0,01
2,30E-05	1,00E-06	1,39	0,01
2,60E-05	1,00E-06	1,59	0,01
3,00E-05	5,00E-07	1,78	0,01

3,35E-05	5,00E-07	1,98	0,01
3,70E-05	1,00E-06	2,18	0,01
4,05E-05	5,00E-07	2,38	0,01
4,45E-05	5,00E-07	2,58	0,01
4,80E-05	5,00E-07	2,78	0,01
5,15E-05	5,00E-07	2,98	0,01
5,55E-05	5,00E-07	3,18	0,01

La representación del Potencial frente a la Intensidad, con línea de tendencia, sería:



Pero para operar con ello, sabiendo de regresión lineal que el término independiente es 0 o muy cercano a 0, aproximamos a 0 y podemos usar las otras fórmulas. Esta aproximación la podemos hacer ya que tenemos visión directa (si calculamos con calculadora) de que es recta por origen de coordenadas. Estructuramos la tabla para operar a continuación más fácilmente.

ΔV (V)	I (A)	V^2 (V)	I^2 (A)	$V \cdot I$	$(V - R \cdot I)^2$
-1,00E-06	0	1,00E-12	0	0,00E+00	1,00E-12
2,00E-06	0,19	4,00E-12	0,0361	3,80E-07	1,54E-12
5,50E-06	0,34	3,03E-11	0,1156	1,87E-06	9,01E-14
9,00E-06	0,59	8,10E-11	0,3481	5,31E-06	1,13E-12
1,25E-05	0,79	1,56E-10	0,6241	9,88E-06	9,55E-13
1,60E-05	0,99	2,56E-10	0,9801	1,58E-05	7,90E-13
1,90E-05	1,19	3,61E-10	1,4161	2,26E-05	1,69E-12
2,30E-05	1,39	5,29E-10	1,9321	3,20E-05	5,08E-13
2,60E-05	1,59	6,76E-10	2,5281	4,13E-05	1,26E-12
3,00E-05	1,78	9,00E-10	3,1684	5,34E-05	1,34E-13
3,35E-05	1,98	1,12E-09	3,9204	6,63E-05	7,72E-14
3,70E-05	2,18	1,37E-09	4,7524	8,07E-05	3,60E-14
4,05E-05	2,38	1,64E-09	5,6644	9,64E-05	1,04E-14
4,45E-05	2,58	1,98E-09	6,6564	1,15E-04	2,37E-13
4,80E-05	2,78	2,30E-09	7,7284	1,33E-04	3,30E-13

5,15E-05	2,98	2,65E-09	8,8804	1,53E-04	4,39E-13
5,55E-05	3,18	3,08E-09	10,1124	1,76E-04	1,56E-12
Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ
4,53E-04	2,69E+01	1,71E-08	5,89E+01	1,00E-03	1,18E-11

Aplicando las fórmulas para regresión lineal, obtenemos el valor de la Resistencia con su respectiva incertidumbre:

R	s	s(R)	r
1,71E-05	8,58878E-07	1,12E-07	1,00E+00

Un problema común de Excel es que aproxima valores muy pequeños, es por eso que la constante de regresión lineal (r) da igual a 1. Aún así, podemos determinar que es una muy buena aproximación puesto que el r real seguro que tiene muchos valores del 9 tras la coma, por eso Excel aproxima a 1.

Ahora bien, sabemos de la forma de la resistividad

$$\rho = \frac{R \cdot S}{L}$$

Por lo que solo habría que aplicar esos tres términos que ya tenemos, sin embargo, para la incertidumbre:

$$s(\rho) = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial R}\right)^2 \cdot s^2(R) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial S}\right)^2 \cdot s^2(S) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial L}\right)^2 \cdot s^2(L)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{S}{L}\right)^2 \cdot s^2(R) + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \cdot s^2(S) + \left(\frac{-R \cdot S}{L^2}\right)^2 \cdot s^2(L)}$$

Resultaría, finalmente lo siguiente:

ρ	s(ρ)
2,65E-08	2,12879E-09

Por lo que tendríamos que la resistividad del aluminio sería de

$$\rho(Al) = (2,65 \pm 0,22) \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

•Cobre

Los valores dimensionales son exactamente idénticos para la barra de cobre, así que:

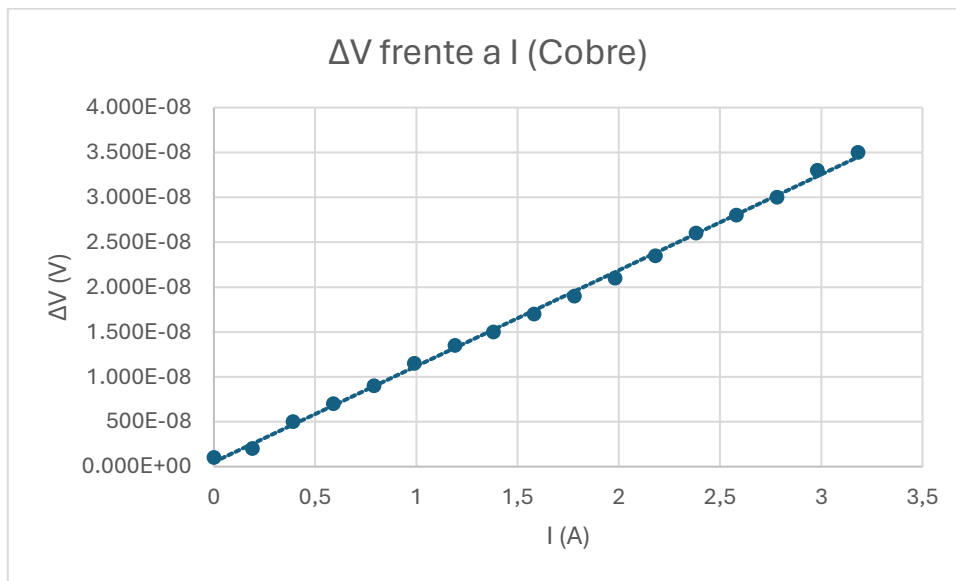
L (m)	s(L) (m)	Diámetro (m)	s(Diámetro) (m)	S (m ²)	s(S) (m ²)
3,16E-01	1,00E-03	2,50E-02	1,00E-03	4,91E-04	3,93E-05

Las medidas tomadas esta vez son:

ΔV (V)	s(ΔV) (V)	I (A)	s(I) (A)
--------	-----------	-------	----------

1,00E-06	1,00E-06	0	0,01
2,00E-06	1,00E-06	0,19	0,01
5,00E-06	5,00E-07	0,39	0,01
7,00E-06	5,00E-07	0,59	0,01
9,00E-06	5,00E-07	0,79	0,01
1,15E-05	5,00E-07	0,99	0,01
1,35E-05	5,00E-07	1,19	0,01
1,50E-05	5,00E-07	1,38	0,01
1,70E-05	5,00E-07	1,58	0,01
1,90E-05	5,00E-07	1,78	0,01
2,10E-05	5,00E-07	1,98	0,01
2,35E-05	5,00E-07	2,18	0,01
2,60E-05	5,00E-07	2,38	0,01
2,80E-05	5,00E-07	2,58	0,01
3,00E-05	1,00E-06	2,78	0,01
3,30E-05	1,00E-06	2,98	0,01
3,50E-05	5,00E-07	3,18	0,01

Entonces, su representación gráfica se vería tal que:



Y para calcular su mismo valor operamos con la tabla anterior de la siguiente manera:

ΔV (V)	I (A)	V ² (V)	I ² (A)	V*I	(V-R*I) ²
1,00E-06	0	1,00E-12	0	0,00E+00	1,00E-12
2,00E-06	0,19	4,00E-12	0,0361	3,80E-07	5,51E-15
5,00E-06	0,39	2,50E-11	0,1521	1,95E-06	5,51E-13
7,00E-06	0,59	4,90E-11	0,3481	4,13E-06	3,12E-13
9,00E-06	0,79	8,10E-11	0,6241	7,11E-06	1,41E-13
1,15E-05	0,99	1,32E-10	0,9801	1,14E-05	4,79E-13
1,35E-05	1,19	1,82E-10	1,4161	1,61E-05	2,59E-13
1,50E-05	1,38	2,25E-10	1,9044	2,07E-05	4,31E-15
1,70E-05	1,58	2,89E-10	2,4964	2,69E-05	6,20E-14

1,90E-05	1,78	3,61E-10	3,1684	3,38E-05	1,87E-13
2,10E-05	1,98	4,41E-10	3,9204	4,16E-05	3,79E-13
2,35E-05	2,18	5,52E-10	4,7524	5,12E-05	8,96E-14
2,60E-05	2,38	6,76E-10	5,6644	6,19E-05	2,98E-16
2,80E-05	2,58	7,84E-10	6,6564	7,22E-05	2,76E-14
3,00E-05	2,78	9,00E-10	7,7284	8,34E-05	1,22E-13
3,30E-05	2,98	1,09E-09	8,8804	9,83E-05	2,18E-13
3,50E-05	3,18	1,23E-09	10,1124	1,11E-04	8,04E-14
Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ
2,97E-04	2,69E+01	7,02E-09	5,88E+01	6,42E-04	3,92E-12

Así, el valor de la resistencia y por tanto resistividad vendría dado, con las operaciones dichas anteriormente, por:

R	s	s(R)	r
1,09E-05	4,94876E-07	6,45E-08	1,00E+00

La constante de regresión lineal es, en este caso, también muy buena, ya que el propio Excel lo aproxima a 1 de lo cercano a este que debe ser.

Y de siguiente manera, resistividad del Cobre:

ρ	s(ρ)
1,70E-08	1,36145E-09

Que podríamos escribir como:

$$\rho(Cu) = (1,70 \pm 0,14) \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

Parte 2

•Cobre

Como ya se mencionó antes, mantendremos Intensidades constantes (aproximadamente 2,5 , 3 y 3,5 Amperios) y variaremos L (longitud entre bornes donde medimos la diferencia de potencial) 9 veces entre 3,5 y 31,5 cm. También se repetirá, que, como tengo apuntado en la libreta de laboratorio, los valores y resultados son malos, dicho como está anotado: “Valores Malos, se descalibra fácil”. También que decir que el valor de la superficie transversal sigue siendo el mismo.

S (m^2)	s(S) (m^2)
4,91E-04	3,93E-05

Dicho eso, las medidas obtenidas:

I (A)	s(I) (A)	L (m)	s(L) m	ΔV (V)	s(ΔV) (V)
2,49	0,01	3,50E-02	1,00E-03	9,00E-06	2,00E-06

2,49	0,01	7,00E-02	1,00E-03	1,00E-05	2,00E-06
2,49	0,01	1,05E-01	1,00E-03	1,30E-05	1,00E-06
2,49	0,01	1,40E-01	1,00E-03	1,50E-05	1,00E-06
2,49	0,01	1,75E-01	1,00E-03	1,10E-05	2,00E-06
2,49	0,01	2,10E-01	1,00E-03	1,80E-05	2,00E-06
2,49	0,01	2,45E-01	1,00E-03	2,50E-05	3,00E-06
2,49	0,01	2,80E-01	1,00E-03	3,30E-05	3,00E-06
2,49	0,01	3,15E-01	1,00E-03	3,00E-05	2,00E-06
2,98	0,01	3,50E-02	1,00E-03	4,00E-06	4,00E-06
2,98	0,01	7,00E-02	1,00E-03	5,00E-06	3,00E-06
2,98	0,01	1,05E-01	1,00E-03	1,10E-05	4,00E-06
2,98	0,01	1,40E-01	1,00E-03	1,50E-05	3,00E-06
2,98	0,01	1,75E-01	1,00E-03	1,80E-05	4,00E-06
2,98	0,01	2,10E-01	1,00E-03	2,00E-05	3,00E-06
2,98	0,01	2,45E-01	1,00E-03	2,40E-05	4,00E-06
2,98	0,01	2,80E-01	1,00E-03	2,70E-05	4,00E-06
2,98	0,01	3,15E-01	1,00E-03	3,30E-05	5,00E-06
3,48	0,01	3,50E-02	1,00E-03	-5,00E-06	5,00E-06
3,48	0,01	7,00E-02	1,00E-03	-1,00E-06	3,00E-06
3,48	0,01	1,05E-01	1,00E-03	6,00E-06	4,00E-06
3,48	0,01	1,40E-01	1,00E-03	1,00E-05	3,00E-06
3,48	0,01	1,75E-01	1,00E-03	1,50E-05	5,00E-06
3,48	0,01	2,10E-01	1,00E-03	2,10E-05	4,00E-06
3,48	0,01	2,45E-01	1,00E-03	2,60E-05	4,00E-06
3,48	0,01	2,80E-01	1,00E-03	2,90E-05	4,00E-06
3,48	0,01	3,15E-01	1,00E-03	3,10E-05	4,00E-06

Pero, como dijimos en el punto 3, no representamos directamente V frente a L aún, ya que podemos ver que multiplicándolo por constantes obtenemos de pendiente la resistividad:

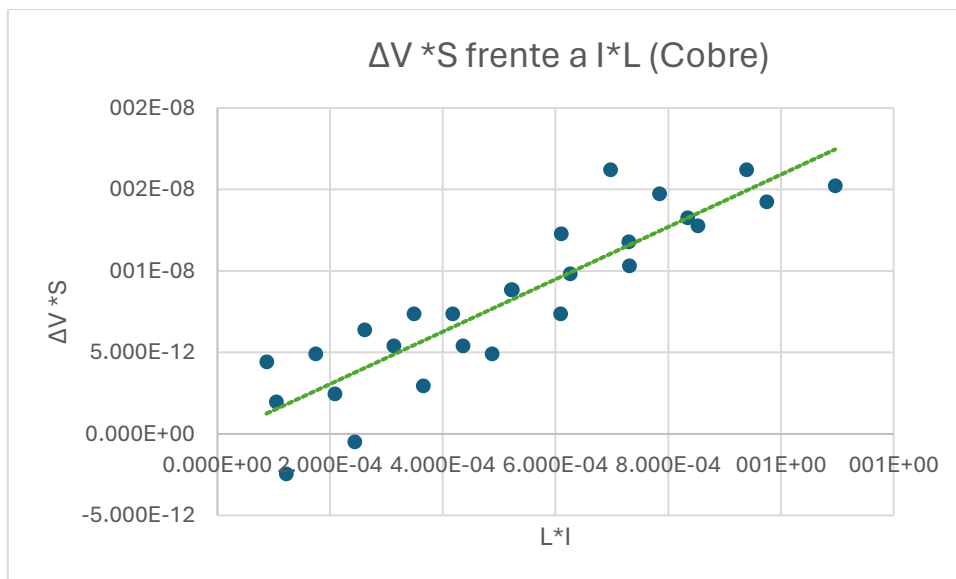
$$\left\{ \begin{array}{l} V = I \cdot R \\ \rho = \frac{R \cdot S}{L} \end{array} \right. \rightarrow V = I \cdot \rho \cdot \frac{L}{S} \rightarrow \frac{V}{L} = \frac{I \cdot \rho}{S} \rightarrow \frac{V \cdot S}{L \cdot I} = \rho$$

Así es que operamos para encontrarnos con esto y aplicamos las operaciones que facilitarán la regresión lineal:

$\Delta V \cdot S$	$L \cdot I$	$(\Delta V \cdot S)^2$	$(L \cdot I)^2$	$(\Delta V \cdot S) \cdot (L \cdot I)$	$(y - a - b \cdot x)^2$	$(y - b \cdot x)^2$
4,42E-09	8,72E-02	1,95E-17	7,60E-03	3,85E-10	1,01E-17	9,23E-18
4,91E-09	1,74E-01	2,41E-17	3,04E-02	8,56E-10	5,11E-18	4,61E-18
6,38E-09	2,61E-01	4,07E-17	6,84E-02	1,67E-09	5,44E-18	5,02E-18
7,36E-09	3,49E-01	5,42E-17	1,22E-01	2,57E-09	3,67E-18	3,39E-18
5,40E-09	4,36E-01	2,92E-17	1,90E-01	2,35E-09	2,10E-18	2,26E-18
8,84E-09	5,23E-01	7,81E-17	2,73E-01	4,62E-09	3,44E-19	3,05E-19
1,23E-08	6,10E-01	1,51E-16	3,72E-01	7,49E-09	6,88E-18	6,80E-18
1,62E-08	6,97E-01	2,62E-16	4,86E-01	1,13E-08	2,65E-17	2,66E-17
1,47E-08	7,84E-01	2,17E-16	6,15E-01	1,16E-08	5,18E-18	5,30E-18
1,96E-09	1,04E-01	3,86E-18	1,09E-02	2,05E-10	1,94E-19	9,69E-20
2,45E-09	2,09E-01	6,02E-18	4,35E-02	5,12E-10	5,54E-19	7,22E-19

5,40E-09	3,13E-01	2,92E-17	9,79E-02	1,69E-09	2,76E-19	1,96E-19
7,36E-09	4,17E-01	5,42E-17	1,74E-01	3,07E-09	6,60E-19	5,69E-19
8,84E-09	5,22E-01	7,81E-17	2,72E-01	4,61E-09	3,71E-19	3,30E-19
9,82E-09	6,26E-01	9,64E-17	3,92E-01	6,14E-09	7,19E-21	9,14E-21
1,18E-08	7,30E-01	1,39E-16	5,33E-01	8,60E-09	4,12E-20	4,65E-20
1,33E-08	8,34E-01	1,76E-16	6,96E-01	1,11E-08	1,32E-25	1,31E-21
1,62E-08	9,39E-01	2,62E-16	8,81E-01	1,52E-08	1,61E-18	1,77E-18
-2,45E-09	1,22E-01	6,02E-18	1,48E-02	-2,99E-10	1,81E-17	1,92E-17
-4,91E-10	2,44E-01	2,41E-19	5,93E-02	-1,20E-10	1,81E-17	1,89E-17
2,95E-09	3,65E-01	8,67E-18	1,34E-01	1,08E-09	7,69E-18	8,08E-18
4,91E-09	4,87E-01	2,41E-17	2,37E-01	2,39E-09	7,65E-18	7,89E-18
7,36E-09	6,09E-01	5,42E-17	3,71E-01	4,48E-09	5,15E-18	5,22E-18
1,03E-08	7,31E-01	1,06E-16	5,34E-01	7,53E-09	1,64E-18	1,61E-18
1,28E-08	8,53E-01	1,63E-16	7,27E-01	1,09E-08	6,14E-19	5,52E-19
1,42E-08	9,74E-01	2,03E-16	9,49E-01	1,39E-08	1,61E-18	1,44E-18
1,52E-08	1,10E+00	2,32E-16	1,20E+00	1,67E-08	5,03E-18	4,61E-18
Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ
2,22E-07	1,41E+01	2,52E-15	9,49E+00	1,50E-07	1,35E-16	1,35E-16

Así que, representando gráficamente vemos puntos más dispersos que alineados:



Aquí nos encontramos ante la duda de si la recta pasa por el origen de coordenadas, por tanto, calculamos la regresión lineal con dos variables para ver si la posterior aproximación es válida (que es lo que ocurre en la realidad):

a	b	s	s(a)
-1,53E-10	1,61E-08	2,3205E-09	9,42E-10

Como sí que podemos aproximar $a \cong 0$ ya que $a = (-1,53 \pm 9,42) \cdot 10^{-10}$ incluye al posible valor 0, y esto supondremos ya que es lo físicamente real. Entonces, cambiando a una variable sin término independiente:

b	s	s(b)	r
---	---	------	---

1,58E-08 2,27659E-09 7,39E-10 9,73E-01

Hasta aquí aparentemente todo bien, pero no, no todos los valores son igual de válidos, así que lo mostrado hasta ahora de estas medidas queda invalidado de momento.

Al ser medidas tan malas debemos filtrarlas. Esto lo haremos calculando la media de la resistividad por cada conjunto de valores asociados a la medida. Luego, calculando la desviación típica, buscaremos todos aquellos valores de ρ que estén a una distancia menor o igual a $k \cdot s(a)$ para $k=2$ (que nos da una probabilidad del 95%). Dicho esto, con los valores necesarios excluidos, volvemos a calcular la media y la desviación típica de la media y calculamos la incertidumbre combinada con la de tipo b y la recién calculada desviación típica de la media. Aquí ya tendremos un intervalo de resultado, pero a mayores haremos una regresión lineal con los valores no excluidos, veremos que en este caso los resultados varían ligeramente frente a la regresión (recordemos que no válida, pero para mostrar el proceso se dejó) que ya hicimos.

A mayores, para calcular la incertidumbre de tipo b, como para cada medida tomamos una incertidumbre distinta, he optado por (a falta de conocimientos), calcular la media de tales incertidumbres y usar ese valor. Eso sí, para obtener este tipo de incertidumbre seguiremos la, ya simplificada, fórmula:

$$s(\rho) = \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{L \cdot I}\right)^2 \cdot [s^2(S) + \left(\frac{S}{L}\right)^2 \cdot s^2(L) + \left(\frac{S}{I}\right)^2 \cdot s^2(I) + \left(\frac{S}{\Delta V}\right)^2 \cdot s^2(\Delta V)]}$$

Tendríamos la siguiente tabla, con dos valores excluidos respecto a la primera muestra:

V*S/L*I	s(V*S/L*I)
2,82E-08	3,7701E-08
2,44E-08	1,6868E-08
2,11E-08	1,368E-08
1,24E-08	1,5271E-08
1,69E-08	1,4359E-08
2,01E-08	1,8002E-08
2,32E-08	1,7462E-08
1,88E-08	1,2137E-08
1,88E-08	1,6778E-07
1,18E-08	6,3265E-08
1,73E-08	5,7079E-08
1,76E-08	3,3783E-08
1,69E-08	3,555E-08
1,57E-08	2,3697E-08
1,61E-08	2,6502E-08
1,59E-08	2,3759E-08
1,73E-08	2,6266E-08
-2,02E-09	7,3237E-08
8,06E-09	6,555E-08
1,01E-08	3,7896E-08
1,21E-08	5,0202E-08

1,41E-08	3,5304E-08
1,50E-08	3,1448E-08
1,46E-08	2,8223E-08
1,39E-08	2,5533E-08

Y con ello obtendríamos de resultado:

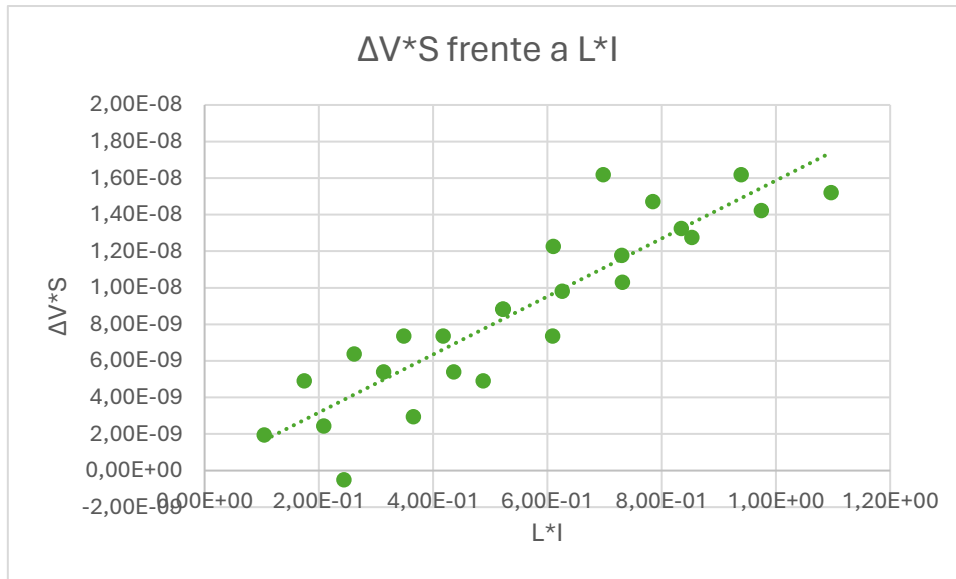
Media X	s(b)	s(a)	s(c)
1,59E-08	3,8991E-08	1,1672E-09	3,9009E-08

Lo único sospechoso es, no el resultado, sino la incertidumbre combinada que parece muy elevada. Quizás es fallo de cálculos en la tabla, aunque lo he revisado. Bien podría ser también ya que depende de 4 variables que tuvieron márgenes de error entre normales y elevados.

Da paso a la nueva gráfica y sus valores de recta, que serían los siguientes:

$\Delta V \cdot S$	$L \cdot I$	$(\Delta V \cdot S)^2$	$(L \cdot I)^2$	$(\Delta V \cdot S) \cdot (L \cdot I)$	$(y - a - b \cdot x)^2$	$(y - b \cdot x)^2$
4,91E-09	1,74E-01	2,41E-17	3,04E-02	8,56E-10	5,11E-18	4,61E-18
6,38E-09	2,61E-01	4,07E-17	6,84E-02	1,67E-09	5,44E-18	5,02E-18
7,36E-09	3,49E-01	5,42E-17	1,22E-01	2,57E-09	3,67E-18	3,39E-18
5,40E-09	4,36E-01	2,92E-17	1,90E-01	2,35E-09	2,10E-18	2,26E-18
8,84E-09	5,23E-01	7,81E-17	2,73E-01	4,62E-09	3,44E-19	3,05E-19
1,23E-08	6,10E-01	1,51E-16	3,72E-01	7,49E-09	6,88E-18	6,80E-18
1,62E-08	6,97E-01	2,62E-16	4,86E-01	1,13E-08	2,65E-17	2,66E-17
1,47E-08	7,84E-01	2,17E-16	6,15E-01	1,16E-08	5,18E-18	5,30E-18
1,96E-09	1,04E-01	3,86E-18	1,09E-02	2,05E-10	1,94E-19	9,69E-20
2,45E-09	2,09E-01	6,02E-18	4,35E-02	5,12E-10	5,54E-19	7,22E-19
5,40E-09	3,13E-01	2,92E-17	9,79E-02	1,69E-09	2,76E-19	1,96E-19
7,36E-09	4,17E-01	5,42E-17	1,74E-01	3,07E-09	6,60E-19	5,69E-19
8,84E-09	5,22E-01	7,81E-17	2,72E-01	4,61E-09	3,71E-19	3,30E-19
9,82E-09	6,26E-01	9,64E-17	3,92E-01	6,14E-09	7,19E-21	9,14E-21
1,18E-08	7,30E-01	1,39E-16	5,33E-01	8,60E-09	4,12E-20	4,65E-20
1,33E-08	8,34E-01	1,76E-16	6,96E-01	1,11E-08	1,32E-25	1,31E-21
1,62E-08	9,39E-01	2,62E-16	8,81E-01	1,52E-08	1,61E-18	1,77E-18
-4,91E-10	2,44E-01	2,41E-19	5,93E-02	-1,20E-10	1,81E-17	1,89E-17
2,95E-09	3,65E-01	8,67E-18	1,34E-01	1,08E-09	7,69E-18	8,08E-18
4,91E-09	4,87E-01	2,41E-17	2,37E-01	2,39E-09	7,65E-18	7,89E-18
7,36E-09	6,09E-01	5,42E-17	3,71E-01	4,48E-09	5,15E-18	5,22E-18
1,03E-08	7,31E-01	1,06E-16	5,34E-01	7,53E-09	1,64E-18	1,61E-18
1,28E-08	8,53E-01	1,63E-16	7,27E-01	1,09E-08	6,14E-19	5,52E-19
1,42E-08	9,74E-01	2,03E-16	9,49E-01	1,39E-08	1,61E-18	1,44E-18
1,52E-08	1,10E+00	2,32E-16	1,20E+00	1,67E-08	5,03E-18	4,61E-18
Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ
2,20E-07	1,39E+01	2,49E-15	9,47E+00	1,50E-07	1,06E-16	1,06E-16

Siendo así la gráfica y sus resultados:



b	s	s(b)	r
1,59E-08	2,10468E-09	6,84E-10	9,78E-01

Que serían valores más realistas y con una aproximación mejorada ya que pasamos de tener una constante de regresión lineal de 0,973 a 0,978.

Esto es, en resumen, una resistividad de la siguiente forma, aunque de valor sospechoso ya que la constante de regresión lineal es 0,978 lo cual, no olvidemos, es una muy mala aproximación a los puntos, pero porque los puntos son a su vez muy malos.

Siendo esos los datos en crudo, y usando tres cifras significativas, los dos resultados serían:

$$\rho(Cu)_2 = (1,59 \pm 0,07) \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

$$\rho(Cu)_2 = (1,59 \pm 3,90) \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

•Aluminio

Mantenemos constante de superficie al igual que en todos los casos anteriores.

S	s(S)
4,91E-04	3,93E-05

Y esta vez, para la barra de aluminio tenemos los siguientes datos que hemos obtenido:

I (A)	s(I) (A)	L (m)	s(L) m	ΔV (V)	s(ΔV) (V)
2,48	0,01	3,50E-02	1,00E-03	6,00E-06	4,00E-06
2,48	0,01	7,00E-02	1,00E-03	1,00E-05	5,00E-06
2,48	0,01	1,05E-01	1,00E-03	1,40E-05	5,00E-06
2,48	0,01	1,40E-01	1,00E-03	1,70E-05	6,00E-06

2,48	0,01	1,75E-01	1,00E-03	1,70E-05	4,00E-06
2,48	0,01	2,10E-01	1,00E-03	2,00E-05	5,00E-06
2,48	0,01	2,45E-01	1,00E-03	2,30E-05	4,00E-06
2,48	0,01	2,80E-01	1,00E-03	2,50E-05	6,00E-06
2,48	0,01	3,15E-01	1,00E-03	3,20E-05	3,00E-06
2,98	0,01	3,50E-02	1,00E-03	2,00E-06	4,00E-06
2,98	0,01	7,00E-02	1,00E-03	6,00E-06	4,00E-06
2,98	0,01	1,05E-01	1,00E-03	1,10E-05	5,00E-06
2,98	0,01	1,40E-01	1,00E-03	2,00E-05	7,00E-06
2,98	0,01	1,75E-01	1,00E-03	2,50E-05	8,00E-06
2,98	0,01	2,10E-01	1,00E-03	2,90E-05	3,00E-06
2,98	0,01	2,45E-01	1,00E-03	3,70E-05	3,00E-06
2,98	0,01	2,80E-01	1,00E-03	4,00E-05	3,00E-06
2,98	0,01	3,15E-01	1,00E-03	4,50E-05	3,00E-06
3,48	0,01	3,50E-02	1,00E-03	2,00E-06	5,00E-06
3,48	0,01	7,00E-02	1,00E-03	9,00E-06	5,00E-06
3,48	0,01	1,05E-01	1,00E-03	1,60E-05	4,00E-06
3,48	0,01	1,40E-01	1,00E-03	2,80E-05	5,00E-06
3,48	0,01	1,75E-01	1,00E-03	2,70E-05	5,00E-06
3,48	0,01	2,10E-01	1,00E-03	3,50E-05	5,00E-06
3,48	0,01	2,45E-01	1,00E-03	4,80E-05	5,00E-06
3,48	0,01	2,80E-01	1,00E-03	5,30E-05	4,00E-06
3,48	0,01	3,15E-01	1,00E-03	5,90E-05	5,00E-06

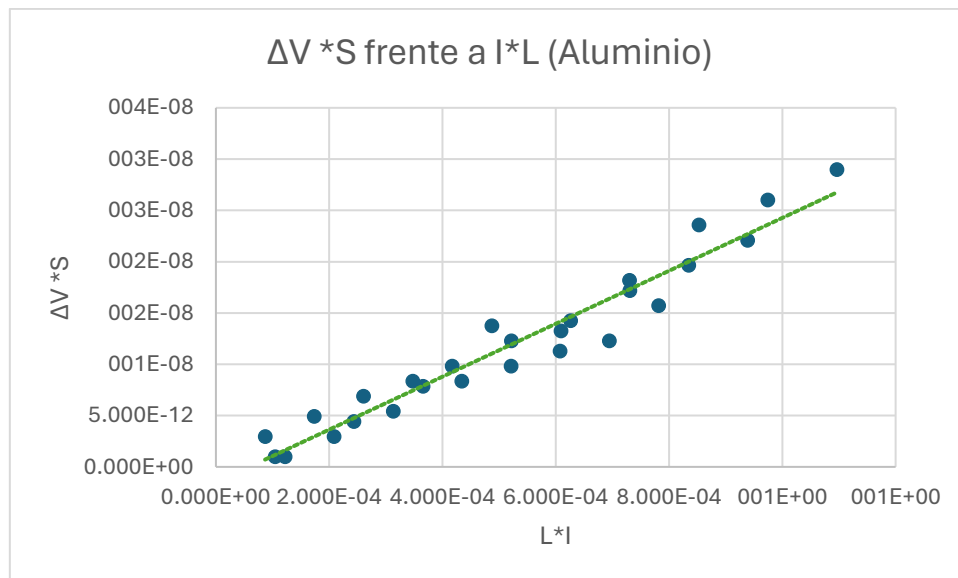
En este caso, pese a que son datos también malos, no excluimos datos una vez hechos los mismos cálculos que en el apartado anterior, la razón es que todos los datos son igual de malos y dispersos (recordemos que en el apartado anterior también, pero había dos valores que, matemáticamente sobresalían).

Y, al igual que antes, para representar y calcular gráficamente, multiplicaremos por $\frac{S}{I}$ para la relación de ρ :

$\Delta V * S$	$L * I$	$(\Delta V * S)^2$	$(L * I)^2$	$(\Delta V * S) * (L * I)$	$(y - a - b * x)^2$	$(y - b * x)^2$
2,95E-09	8,68E-02	8,67E-18	7,53E-03	2,56E-10	2,90E-18	2,47E-18
4,91E-09	1,74E-01	2,41E-17	3,01E-02	8,52E-10	5,16E-18	4,66E-18
6,87E-09	2,60E-01	4,72E-17	6,78E-02	1,79E-09	8,07E-18	7,55E-18
8,34E-09	3,47E-01	6,96E-17	1,21E-01	2,90E-09	8,52E-18	8,09E-18
8,34E-09	4,34E-01	6,96E-17	1,88E-01	3,62E-09	2,32E-18	2,16E-18
9,82E-09	5,21E-01	9,64E-17	2,71E-01	5,11E-09	2,57E-18	2,46E-18
1,13E-08	6,08E-01	1,27E-16	3,69E-01	6,86E-09	2,82E-18	2,77E-18
1,23E-08	6,94E-01	1,51E-16	4,82E-01	8,52E-09	1,61E-18	1,62E-18
1,57E-08	7,81E-01	2,47E-16	6,10E-01	1,23E-08	1,09E-17	1,11E-17
9,82E-10	1,04E-01	9,64E-19	1,09E-02	1,02E-10	2,93E-19	4,49E-19
2,95E-09	2,09E-01	8,67E-18	4,35E-02	6,14E-10	6,43E-20	1,29E-19
5,40E-09	3,13E-01	2,92E-17	9,79E-02	1,69E-09	2,76E-19	1,96E-19
9,82E-09	4,17E-01	9,64E-17	1,74E-01	4,10E-09	1,07E-17	1,03E-17
1,23E-08	5,22E-01	1,51E-16	2,72E-01	6,40E-09	1,64E-17	1,61E-17
1,42E-08	6,26E-01	2,03E-16	3,92E-01	8,91E-09	1,88E-17	1,87E-17

1,82E-08	7,30E-01	3,30E-16	5,33E-01	1,33E-08	4,34E-17	4,35E-17
1,96E-08	8,34E-01	3,86E-16	6,96E-01	1,64E-08	4,07E-17	4,12E-17
2,21E-08	9,39E-01	4,88E-16	8,81E-01	2,07E-08	5,13E-17	5,21E-17
9,82E-10	1,22E-01	9,64E-19	1,48E-02	1,20E-10	6,76E-19	8,98E-19
4,42E-09	2,44E-01	1,95E-17	5,93E-02	1,08E-09	4,31E-19	3,13E-19
7,85E-09	3,65E-01	6,17E-17	1,34E-01	2,87E-09	4,56E-18	4,27E-18
1,37E-08	4,87E-01	1,89E-16	2,37E-01	6,70E-09	3,68E-17	3,63E-17
1,33E-08	6,09E-01	1,76E-16	3,71E-01	8,07E-09	1,31E-17	1,30E-17
1,72E-08	7,31E-01	2,95E-16	5,34E-01	1,26E-08	3,13E-17	3,14E-17
2,36E-08	8,53E-01	5,55E-16	7,27E-01	2,01E-08	1,00E-16	1,01E-16
2,60E-08	9,74E-01	6,77E-16	9,49E-01	2,54E-08	1,11E-16	1,12E-16
2,90E-08	1,10E+00	8,39E-16	1,20E+00	3,17E-08	1,32E-16	1,34E-16
Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ
3,22E-07	1,41E+01	5,34E-15	9,48E+00	2,23E-07	6,57E-16	6,59E-16

Con esto representado, tenemos una gráfica menos escopeteada y más alineada que en la anterior:



Y haciendo las respectivas operaciones:

a	b	s	s(a)
-1,53E-09	2,58E-08	5,1252E-09	2,08E-09

Tenemos que $a = (-1,53 \pm 2,08) \cdot 10^{-9} \Omega \cdot m$, aproximable a 0 tal que $a \cong 0$ al estar en su rango, por ello podemos operar sin término independiente y tendríamos:

b	s	s(b)	r
2,35E-08	5,03587E-09	1,64E-09	9,91E-01

Esto sería:

$$\rho(Al)_2 = (2,35 \pm 0,16) \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

Aunque también debemos tener en cuenta el valor de b si $a \neq 0$ que estaría en torno a $2,58 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$.

5. Conclusión

Los resultados generales recopilados serían:

	$\rho(Al) (\Omega \cdot m)$	$\rho(Cu) (\Omega \cdot m)$
Parte 1	$(2,65 \pm 0,22) \cdot 10^{-8}$	$(1,70 \pm 0,14) \cdot 10^{-8}$
Parte 2	$(2,35 \pm 0,16) \cdot 10^{-8}$	$(1,59 \pm 0,07) \cdot 10^{-8}$ $(1,59 \pm 3,90) \cdot 10^{-8}$

Estos son los resultados, pero es obvio que no son igual de válidos al observar los datos en sí. Diría que, por la forma de la recta, su constante de regresión lineal y la percepción personal, los resultados de la Parte 1 serían más confiables que los de la Parte 2, ya que estos últimos provienen de terrenos caóticos y más dispersos. Aún así, para cada material, hay rangos en los que coinciden para los resultados de tanto la Parte 1 y Parte 2, por lo que, pese a ser resultados generales malos no son terroríficos, deberían servir más que de sobra para operaciones generales o aproximaciones.

Compararemos ahora con valores reales para esos materiales:

$\rho(Al) (\Omega \cdot m)$	$\rho(Cu) (\Omega \cdot m)$
$2,65 \cdot 10^{-8}$	$1,68 \cdot 10^{-8}$

Al ver estos valores reales, vemos que en la Parte 1, para ambos hicimos mediciones excelentes, sin embargo, comparando con la Parte 2, para el aluminio tendríamos una medida bastante mala pero para el cobre, sorprendentemente (o por suerte) solo mala aunque uno de los valores tiene una incertidumbre desorbitada. En conclusión, hemos llegado a unos valores bastante buenos y en algunos casos excelentes.

6. Bibliografía

- *Український державний університет науки і технологій : Інститут промислових та бізнес технологій : Головна* : (s. f.). http://www.dmeti.dnepropetrovsk.ua/file/hand-book_of_physics.pdf
- Wikipedia contributors. (2024, 26 marzo). *Electrical resistivity and conductivity*. Wikipedia. https://en.wikipedia.org/wiki/Electrical_resistivity_and_conductivity

Alfonso Amigo (no papá)

Medida de Pequeñas Resistencias

Ley de Ohm: $\Delta V = IR$

Verificar en la fuente de alimentación la intensidad. (del 0.2 a 3.5)

25.6 cm

31.6 cm

Le mismo en ambos

Tenemos 17 medidas desde 0 a 3.4 A (del paso de 0.2 A)

$R = \rho \frac{L}{S}$

Parte 1

Fecha: 16 de octubre de 2011

Valor real: 24V

Tabla de la batería

ΔV (mV)	I (A)	ΔV (mV)
1.1 ± 1	0	
2.1 ± 1	0.19 ± 0.01	
3.1 ± 1	0.39 ± 0.01	
4.1 ± 1	0.53 ± 0.01	
5.1 ± 1	0.79 ± 0.01	
6.1 ± 1	0.99 ± 0.01	
8.19 ± 0.5	1.12 ± 0.01	
2.3 ± 1	1.39 ± 0.01	
2.6 ± 1	1.59 ± 0.01	
3.0 ± 0.5	1.78 ± 0.01	
3.5 ± 0.5	1.98 ± 0.01	
3.7 ± 1	2.18 ± 0.01	
4.05 ± 0.5	2.38 ± 0.01	
4.5 ± 0.5	2.58 ± 0.01	
4.8 ± 0.5	2.78 ± 0.01	
5.5 ± 0.5	2.98 ± 0.01	
5.5 ± 0.5	3.18 ± 0.01	

ALUMINIO

ΔV (mV)	I (A)	ΔV (mV)
-2 ± 2	0	
-1 ± 1	0.19 ± 0.01	
0.5 ± 0.5	0.39 ± 0.01	
2.5 ± 0.5	0.59 ± 0.01	
5 ± 0.5	0.79 ± 0.01	
6.7 ± 0.5	0.99 ± 0.01	
2.1 ± 0.5	1.19 ± 0.01	
11 ± 0.5	1.38 ± 0.01	
1.9 ± 1	1.58 ± 0.01	
1.5 ± 1	1.78 ± 0.01	

COBRE

Fecha: 16 de octubre de 2011

Tabla de la batería

ΔV (mV)	I (A)	ΔV (mV)
1 ± 1	0 ± 0.01	
2 ± 1	0.19 ± 0.01	
5 ± 0.5	0.39 ± 0.01	
7 ± 0.5	0.59 ± 0.01	
9 ± 0.5	0.79 ± 0.01	
11.5 ± 0.5	0.99 ± 0.01	
13.5 ± 0.5	1.19 ± 0.01	
15 ± 0.5	1.38 ± 0.01	
17 ± 0.5	1.58 ± 0.01	
19 ± 0.5	1.78 ± 0.01	
21 ± 0.5	1.98 ± 0.01	
23.5 ± 0.5	2.18 ± 0.01	
26 ± 0.5	2.38 ± 0.01	
28 ± 0.5	2.58 ± 0.01	
30 ± 1	2.78 ± 0.01	
33 ± 1	2.98 ± 0.01	
35 ± 0.5	3.18 ± 0.01	

PORTE 2

$\Delta V = IR = I \cdot \frac{L}{S} \cdot \rho$

$L = 2500 \text{ cm}$

$\rho = 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$

COPRE

Valores Medios de densidad de flujo

I (A)	L (cm)	ΔV (mV)
2,49	3,5	9 ± 2
2,49	7,0	18 ± 2
2,49	10,5	27 ± 1
2,49	14	36 ± 1
2,49	17,5	45 ± 2
2,49	21	54 ± 2
2,49	24,5	63 ± 3
2,49	28	72 ± 3
2,49	31,5	81 ± 2
2,98	3,5	9 ± 4
2,98	7,0	18 ± 3
2,98	10,5	27 ± 4
2,98	14	36 ± 3
2,98	17,5	45 ± 4
2,98	21	54 ± 3
2,98	24,5	63 ± 4
2,98	28	72 ± 4
2,98	31,5	81 ± 5
3,48	3,5	12 ± 5
3,48	7	-1 ± 3

3,48	10,5	16 ± 4
3,48	14	20 ± 3
3,48	17,5	25 ± 5
3,48	21	30 ± 4
3,48	24,5	36 ± 4
3,48	28	42 ± 4
3,48	31,5	48 ± 4

ALUMINIO

Amplitud 10^5

I (A)	L (cm)	ΔV (mV)
2,48	3,5	6 ± 4
2,48	7,0	10 ± 5
2,48	10,5	14 ± 5
2,48	14,0	17 ± 6
2,48	17,5	21 ± 4
2,48	21	25 ± 5
2,48	24,5	29 ± 4
2,48	28,0	33 ± 6
2,48	31,5	37 ± 3
2,98	3,5	8 ± 4
2,98	7,0	16 ± 4
2,98	10,5	24 ± 5
2,98	14,0	32 ± 7
2,98	17,5	40 ± 8
2,98	21,0	48 ± 3
2,98	24,5	57 ± 3
2,98	28,0	66 ± 3
2,98	31,5	75 ± 3
3,48	3,5	10 ± 5
3,48	7,0	18 ± 5

3,48	10,5	26 ± 4
3,48	14,0	34 ± 5
3,48	17,5	42 ± 5
3,48	21,0	50 ± 5
3,48	24,5	58 ± 5
3,48	28,0	66 ± 4
3,48	31,5	74 ± 5

Objetos y procedimiento
Datos
Tratamiento de datos